TEMA 16.-

CRISIS DE LA FÍSICA CLÁSICA

SUMARIO:

16.1.- Crisis de la Física Clásica
16.2.- Efecto fotoeléctrico
16.3.- Relatividad (algunos resultados a aplicar)
16.4.- Efecto Compton
16.5.- Hipótesis de De Broglie: dualidad corpúsculo-onda

Actividades desarrolladas
Actividades propuestas

1.- CRISIS DE LA FÍSICA CLÁSICA

A finales del siglo XIX, las diversas ramas de la Física se integran dentro de un edificio teórico, general y coherente, cuyas grandes líneas son las siguientes:

Se distinguen dos categorías de objetos en el Universo: la ***materia*** y la ***radiación***.

La ***materia*** es discontinua; está constituida por corpúsculos perfectamente localizables, sometidos a las leyes de la Mecánica de Newton. El estado de cada corpúsculo viene definido, en cada instante, por su posición y su momento lineal.

La ***radiación*** electromagnética sigue las leyes del Electromagnetismo de Maxwell. Sus variables dinámicas son las componentes, en cada punto del espacio, de los campos eléctrico y magnético. Presenta un comportamiento ondulatorio que se manifiesta particularmente en los conocidos fenómenos de interferencia y difracción.

De este modo, toda la ciencia física parece estar asentada coherentemente en estos dos pilares: la Mecánica newtoniana y la Teoría electromagnética de Maxwell.

Pero pronto aparecen nuevos fenómenos y comportamientos que prueban la limitación de esta Física Clásica; son fenómenos y comportamientos que contradicen las mismas bases de la Física, y que no pueden ser explicados por ella. Es el nacimiento de la nueva Física Moderna.

A.- PRIMER ASPECTO CONFLICTIVO

Aparece como consecuencia de los resultados negativos del experimento de Michelson y Morley, encaminado a comprobar la existencia del éter.

Cuando en los comienzos del siglo XIX se comprobó la naturaleza ondulatoria de la luz como propagación de ondas electromagnéticas, surgió una duda de aparentemente difícil solución: ¿cómo puede propagarse la luz en el vacío si, al menos las ondas conocidas hasta entonces, precisan de un medio material de propagación?

Para subsanar este inconveniente se postuló la existencia de un medio hipotético, llamado éter, al que atribuyeron propiedades curiosamente paradójicas tales como densidad nula, gran elasticidad y transparencia perfecta. Además, dicho éter podría ser considerado como un sistema absoluto de referencia.

De existir el éter, llenando todo el espacio, la Tierra se movería respecto a él (la velocidad orbital de la Tierra es de unos 30 km/s) y, evidentemente, este movimiento influiría en la velocidad de la luz.

Así, para un observador situado sobre la Tierra, supuesto que ésta se mueva en el mismo sentido que la luz con velocidad v, la velocidad de la luz sería $c' = c - v$ mientras que si se mueve en sentido opuesto, $c'' = c + v$

Resultaba, pues, muy tentador comprobar la velocidad de la luz en distintos sistemas inerciales y determinar la influencia de tales sistemas en esa velocidad. Las experiencias realizadas por Albert A. Michelson y Edward W. Morley, en 1887, demostraron que:

- ***La velocidad de la luz en el vacío es constante en todos los sistemas inerciales, independientemente de la velocidad de la fuente y del observador.***

De acuerdo con este resultado, la existencia del éter no tiene sentido físico alguno y no existe un sistema absoluto de referencia. Ahora bien, la experiencia de Michelson y Morley contradice las leyes básicas de la mecánica newtoniana. Es preciso pues analizarlas.

Se hace necesaria una revisión profunda de los fundamentos de la Física. Albert Einstein, en 1905, formula su ***Teoría de la Relatividad Especial***, realizando un análisis crítico de las nociones de espacio y tiempo; decide abandonar la noción de espacio y tiempo absolutos y establecer como fundamento la invariancia de la velocidad de la luz en el vacío para cualquier sistema de referencia. Rompe así con los conceptos newtonianos clásicos de tiempo, espacio, masa, energía, momento lineal... debiendo ser redefinidos en función de estos nuevos fundamentos:

- ***Las leyes físicas son idénticas en todos los sistemas inerciales, siendo expresables mediante ecuaciones semejantes***

- ***La velocidad de la luz en el vacío es un invariante físico, y tiene el mismo valor para todos los observadores que estén con movimiento relativo uniforme.***

La nueva ***Mecánica Relativista*** que nace es una ampliación de la clásica; ésta se presenta como una aproximación válida en la medida en que las velocidades de los cuerpos materiales sean mucho menores que la velocidad de la luz.

B.- SEGUNDO ASPECTO CONFLICTIVO :

Se presenta al tratar de justificar clásicamente los resultados experimentales relativos a la emisión y absorción de energía radiante por los cuerpos materiales. Son de especial interés la emisión de radiación de un cuerpo al elevar su temperatura, el efecto fotoeléctrico, el efecto Compton, la producción de rayos X, los espectros atómicos, ...

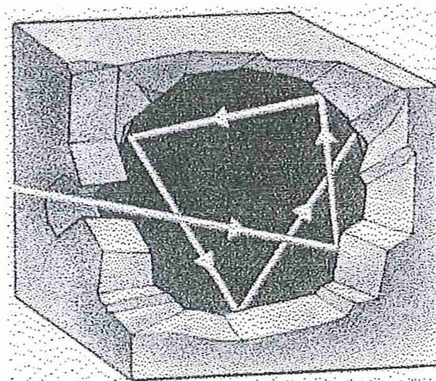
Algunos conceptos previos: Se llama radiación térmica de un cuerpo la que emite en función de la temperatura que posee.

Todo cuerpo emite energía en forma de OEM hacia el espacio, que son tanto más intensas cuanto más elevada es la temperatura del cuerpo emisor.

Pero a la vez, todo cuerpo recibe energía radiante emitida por los cuerpos que le rodean, absorbiendo de ella una cierta fracción (coeficiente de absorción).

Se denomina **cuerpo negro** a un cuerpo ideal que tiene la propiedad de absorber todas las radiaciones que llegan a él, cualquiera que sea su longitud de onda.

Una realización del cuerpo negro puede ser una cavidad de paredes muy absorbentes con un pequeño orificio, pues toda radiación que penetra por dicho orificio al interior queda absorbida tras varias reflexiones en sus paredes; el área del orificio de entrada es la superficie del cuerpo negro.



Al calentar un cuerpo negro, emite energía que sale al exterior por el orificio. Pues bien,

+ se llama **poder emisor E** la energía radiada por unidad de tiempo y de superficie emisora; se expresa en W/m^2.

+ se llama **exitancia espectral M_λ** al poder emisor por unidad de intervalo espectral. Es decir:

$$dE = M_\lambda \, .d\lambda \qquad \text{o bien} \qquad E = \int_0^\infty M_\lambda \, .d\lambda$$

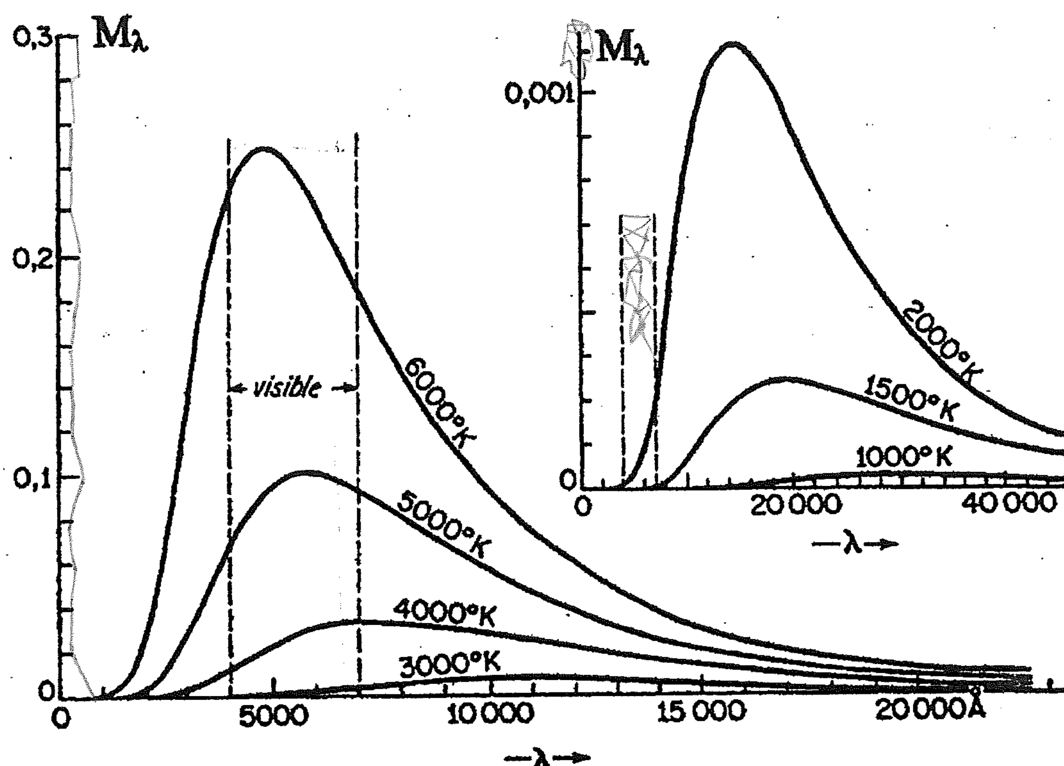
Del estudio de la radiación emitida por un cuerpo negro al calentarlo se obtienen dos leyes experimentales:

Ley de Stefan-Boltzmann: El poder emisor de un cuerpo negro es directamente proporcional a la cuarta potencia de su temperatura absoluta:

$E = \sigma T^4$	donde $\sigma = 5{,}672 \times 10^{-8}\ W.m^{-2}.K^{-4}$ es la constante de Stefan-Boltzmann

Ley del desplazamiento de Wien: La longitud de onda de la radiación a la que corresponde la máxima exitancia se desplaza hacia longitudes de onda más cortas de modo que:

$\lambda_{max} T = C$	donde $C = 2{,}897 \times 10^{-3}$ m K es la constante de Wien.



Este comportamiento en la emisión, contrastado experimentalmente, choca frontalmente con el que se espera obtener a partir de la teoría clásica, basada en el electromagnetismo de Maxwell. Y es que a partir de esta teoría se llega conclusiones absurdas; por ejemplo, que la exitancia o poder emisivo espectral crece monótonamente con la frecuencia, de modo que la energía total irradiada es infinita para cualquier temperatura ("catástrofe del ultravioleta").

Max Planck, en el año 1900, aventura una arriesgada hipótesis, según la cual:

• ***La absorción y emisión de energía por la materia solamente puede realizarse mediante cantidades discretas de energía (cuantos de energía o fotones) cuyo valor viene dado por la expresión:***

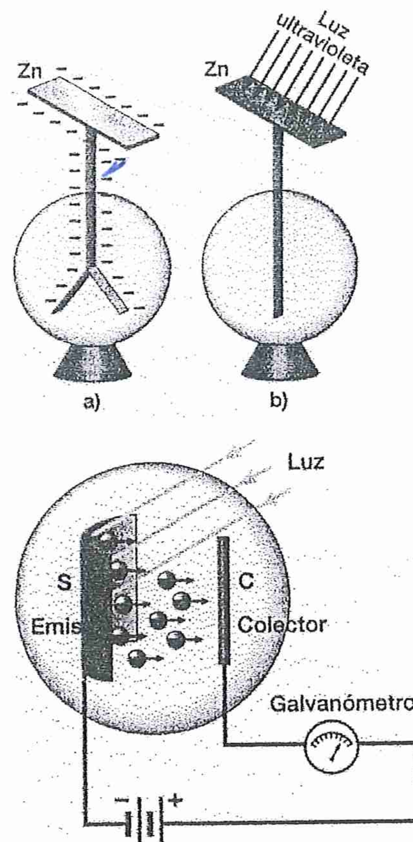
$$E_\nu = h\nu \qquad \textit{donde } h = 6{,}6256 \times 10^{-34}\ J.s \textit{ es la constante de Planck}$$

Así pues, al igual que la materia, la energía es de naturaleza discontinua, de modo que para una determinada frecuencia ν, o longitud de onda λ, es siempre un múltiplo entero del cuanto o fotón: $E = n\,h\,\nu = n\dfrac{hc}{\lambda}$

Así como el resultado negativo del experimento de Michelson-Morley marcó el origen de la teoría de la relatividad, la "catástrofe del ultravioleta" abrió el camino hacia la ***Mecánica Cuántica***, origen de las actuales teorías sobre la composición de la materia a escala atómica y subatómica.

2.- EFECTO FOTOELÉCTRICO

En 1888, Hallwachs y sus colaboradores observaron que una lámina de cinc, cargada negativamente y conectada a un electroscopio, perdía rápidamente su carga al ser iluminada con luz ultravioleta. También observó que si se utilizaba un filtro que eliminase las radiaciones de longitud de onda más corta, el fenómeno no se producía.



Este hecho experimental y otros similares permitieron suponer que, bajo la acción de ciertas radiaciones de pequeña longitud de onda, el cinc y otros metales emiten electrones (Lenard, 1889), denominándose a este fenómeno ***efecto fotoeléctrico***.

En general, al iluminar una superficie metálica con luz, hay electrones que son capaces de absorber energía y abandonar dicha superficie.

Para estudiar con detalle las posibles variables que intervienen en el efecto fotoeléctrico (frecuencia de la luz incidente, velocidad de emisión en los electrones, número de electrones emitidos...) se ideó un dispositivo (célula fotoeléctrica) como el esquematizado en la figura.

El haz de luz incide sobre la superficie metálica fotosensible S (emisor) y los electrones emitidos por ella son captados por el colector C, mantenido por medio de un generador a un potencial V positivo respecto al emisor ($V \equiv V_C - V_S$). Emisor y colector están contenidos en un recinto transparente donde se hizo el vacío.

La corriente eléctrica producida por los electrones emitidos se detecta mediante el galvanómetro. Variando el voltaje V aplicado, pueden estudiarse las velocidades de estos electrones y sus energías cinéticas, $\frac{1}{2} mv^2$, cuando abandonan la superficie.

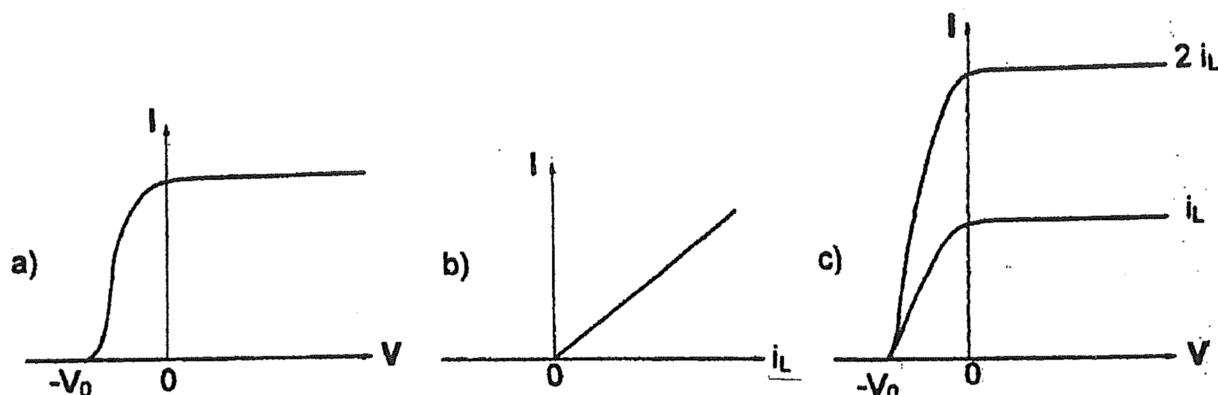
Cuando V = 0, puede ocurrir que haya algún electrón con energía cinética suficiente para llegar hasta el colector C, originando una corriente.

Pero si V < 0 (el potencial del emisor es ahora mayor que el del colector), el campo eléctrico producirá una fuerza retardadora sobre los electrones, y la corriente I decrecerá (pues no todos los electrones que abandonan S llegan a C). Ver la curva de la gráfica a).

El potencial retardador V_0 que impide que incluso los electrones más energéticos lleguen a C, llevando la corriente a cero, se conoce con el nombre de ***potencial crítico de frenado*** (o potencial retardador). En esta situación:

$$\frac{1}{2} m v^2_{max} = e V_0$$

Llamaremos i_L a la intensidad de la luz irradiante (en watios/m^2), y recordamos que $V \equiv V_C - V_S$ es el potencial de C respecto de S. El experimento conduce a los siguientes resultados:



1º.- Para cada metal emisor, en S, existe una ***frecuencia umbral*** ν_0 por debajo de la cual el efecto fotoeléctrico no se produce.

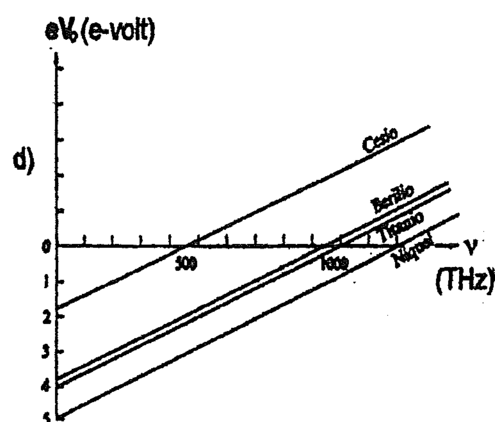
2º.- El efecto fotoeléctrico se produce "instantáneamente", inmediatamente después de iluminar el metal emisor.

3º.- La intensidad de la corriente eléctrica I (y por tanto, el número de electrones extraídos por unidad de tiempo) es proporcional a la intensidad de la radiación incidente i_L (figura b)).

4º.- Para cada metal catódico, el potencial crítico retardador V_0 (y por tanto, la energía cinética máxima de los electrones extraídos) es independiente de la intensidad de la radiación i_L (figura c), dependiendo de la frecuencia ν de la radiación (figura d).

Según la Física Clásica, las gráficas a y b (resultado 3º) son explicables. Sin embargo los resultados 1º,2º y 4º no lo son.

La gráfica de la figura a): La distribución en energía de los electrones emergentes, que se manifiesta en la caída gradual de la curva, se puede atribuir a diferencias en la energía de enlace de los diversos electrones del metal. Los electrones, en efecto, no escapan espontáneamente del metal, sino que están atraídos por los núcleos positivos. El resultado es razonable.



La gráfica de la figura b): Al aumentar la intensidad de radiación i_L, aumenta la energía absorbida por la superficie, y entonces ello debe dar lugar a un número proporcionalmente mayor de electrones emitidos, y por tanto una intensidad de corriente I proporcional.

El resultado 2º: Clásicamente debería de haber un tiempo de retardo entre el comienzo de la iluminación y la aparición de la corriente: es el tiempo que tarda el metal en absorber la energía suficiente que es proporcionada por la onda incidente. Por ejemplo, si $i_L = 10^{-10}$ W.m^{-2} y $\lambda = 500$ nm, la teoría predice que podían transcurrir unas 10 horas antes de que los electrones pudieran acumular suficiente energía para abandonar el metal.

Los resultados 1º y 4º: A mayor intensidad de la onda incidente, mayor debería de ser la energía de los electrones extraídos, pues la energía de la onda es proporcional a su intensidad. Además, cualquiera que sea su frecuencia ν, la onda debe ser capaz de suministrar la energía suficiente a los electrones para

ser emitidos; es cuestión de aumentar su intensidad. Es por tanto inexplicable que la energía cinética máxima de los electrones extraídos sea independiente de i_L y dependa en cambio de la frecuencia ν, existiendo un valor umbral ν_0 inferior.

La hipótesis de los cuantos, debida a M. Planck, sirvió a A. Einstein (1905) para explicar plenamente el efecto fotoeléctrico y establecer su ecuación.

El mecanismo de emisión y absorción de energía radiante por los cuerpos no se explica según el modelo ondulatorio, sino considerando que la energía sólo puede transferirse en forma de cuantos discretos de valor $h\nu$. Con esta hipótesis cuántica, podemos pensar que el proceso de extracción tiene lugar así:

La energía $h\nu$ captada por el electrón ha de servir en primer lugar para liberarlo de la atracción del núcleo (***energía de extracción***, W), quedando el resto de la energía en forma energía cinética del electrón ya libre, $\frac{1}{2} mv^2$. Así pues:

$$h\nu = W + \tfrac{1}{2} mv^2 \quad \Leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2} mv^2 = h\nu - W$$

Los electrones menos ligados requerirán una energía W_0 mínima; éstos quedarán libres con una energía cinética máxima. Para ellos

$$h\nu = W_0 + \tfrac{1}{2} m v^2_{max} \quad \Leftrightarrow \quad \tfrac{1}{2} m v^2_{max} = h\nu - W_0$$

Expresemos la energía de extracción W_0 así: $W_0 \equiv h\nu_0$. Para frecuencias $\nu < \nu_0$ los electrones no pueden liberarse pues la energía de sus fotones es menor que la energía de extracción, $h\nu < W_0$. Por consiguiente es razonable la existencia de una frecuencia umbral ν_0, la más baja capaz de promover la emisión electrónica. Para ella, el electrón quedaría justamente libre, y sin energía cinética, o sea $v_{max} = 0$. En función de esa frecuencia, la anterior ecuación se escribe:

$$\boxed{\tfrac{1}{2} m v^2_{max} = h (\nu - \nu_0)}$$

que se denomina ***"ecuación fotoelétrica de Einstein".***

Admitido este mecanismo, se explican los resultados experimentales satisfactoriamente:

2º.- La emisión es instantánea, porque la absorción de la energía $h\nu$ por el electrón se realiza no de forma gradual (onda) sino instantáneamente (absorción de un fotón).

3º.- La intensidad de corriente I es proporcional a la intensidad de la radiación i_L. En efecto, al crecer ésta es mayor el número de fotones que aporta por unidad de tiempo en la incidencia y consecuentemente el número de electrones extraídos del metal, lo que da lugar, proporcionalmente, a una intensidad de corriente I mayor.

1º.- Pero se precisa que la radiación posea una frecuencia $\nu \geq \nu_0$ para que dicha emisión sea posible, pues sólo así el electrón puede escapar a la ligadura del metal,

Finalmente, a mayor frecuencia ν mayor es la energía cinética máxima que adquieren los electrones que escapan, y por tanto mayor es el potencial retardador V_0, el cual no depende de la intensidad de la radiación i_L: $eV_0 = \frac{1}{2} m v^2_{max} = h (\nu - \nu_0)$. La gráfica de la figura d) nos lo muestra; la pendiente de las rectas es la misma, h, para cualquier metal emisor.

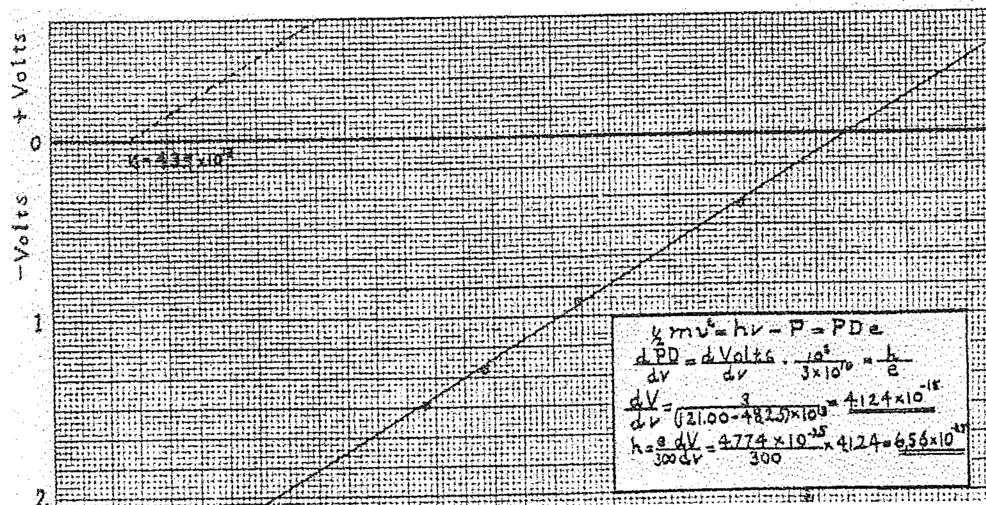


Gráfico tomado de Millikan (R. A. Millikan, *Physical Review 7, 355 (1916))* que representa la relación lineal entre el potencial crítico de frenado V_0 y la frecuencia de la luz para una superficie fotosensible de sodio. Como se ve, Millikan presentó su cálculo de la constante de Planck basándose en la recta de la figura.
(Proporcionado por *The Physical Review*)

3.- RELATIVIDAD (ALGUNOS RESULTADOS A APLICAR)

Con el fin de poder explicar convenientemente algunos otros fenómenos físicos, veamos una serie de resultados obtenidos a partir de la teoría de la Relatividad especial. En efecto, hemos de aplicarlos a situaciones físicas en las que las partículas llevan velocidades suficientemente elevadas para que la Física Clásica no sea aplicable.

1.- La velocidad de la luz en el vacío es independiente del sistema de referencia (SR) desde el que se mida, y es a su vez la velocidad máxima de trasmisión de los fenómenos físicos. Valor:

$$c = 2.9979\text{x}10^8 \text{ m.s}^{-1} \cong 3\text{x}10^8 \text{ m.s}^{-1}$$

2.- Toda partícula posee una energía total $E = mc^2$ donde m es su masa.

3.- La masa de una partícula depende del SR en el que se mide. Llamando m_0 a la masa de la partícula en reposo respecto a dicho SR, y m a su masa cuando la partícula se encuentra en movimiento, con velocidad v respecto a dicho SR, se verifica:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

4.- El momento lineal p de una partícula de masa m y velocidad v es $p = m\,v$. También puede escribirse así:

$$p = \sqrt{m^2 - m_0^2}\, c$$

En efecto, $$p = \left(m^2 - m_0^2\right)^{\frac{1}{2}} c = \left[\frac{m_0^2}{1 - v^2/c^2} - m_0^2\right]^{\frac{1}{2}} c = m_0\left[\frac{1}{1 - v^2/c^2} - 1\right]^{\frac{1}{2}} c = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = m\,v$$

5.- La energía cinética de una partícula *se define* como la diferencia entre su energía E a velocidad v menos la que posee en reposo, E_0.

$$E_c \equiv E - E_0 = m\,c^2 - m_0\,c^2 \;\Rightarrow\; E_c = (m - m_0)\,c^2$$

Para velocidades v << c, se tiene:

$$E_c = (m - m_0)\,c^2 = m_0\left[\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - 1\right]c^2 = \left[\left(1-v^2/c^2\right)^{-\frac{1}{2}} - 1\right]m_0c^2$$

Recordando que para x<<1 se verifica: $(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \ldots \cong 1 + nx$, y que éste es nuestro caso para v<<c, hacemos $(1-v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}} \cong 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$

$$E_c \cong (1 + \tfrac{1}{2}\, v^2/c^2 - 1)\, m_0c^2 = \tfrac{1}{2}\, m_0\, v^2 \;\rightarrow\; E_c = \tfrac{1}{2}\, m\, v^2$$

expresión que en la Mecánica Clásica aceptamos como definición de la energía cinética. No es sino una aproximación de la definición relativista para velocidades pequeñas, en cuyo caso, asimismo, $m \cong m_0$.

6.- La relación entre la energía de una partícula y su momento lineal es:

$$E = c\,\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}$$

Se justifica así: $p^2 = m^2c^2 - m_0^2c^2 \;\Rightarrow\; m^2c^2 = m_0^2c^2 + p^2$

$$E^2 = m^2c^4 = (m^2c^2)\,c^2 = (m_0^2c^2 + p^2)\,c^2 \;\Rightarrow\; E = c\,\sqrt{m_0^2c^2 + p^2}$$

7.- Fotón.- Si se postula un comportamiento del fotón como corpúsculo cuya masa en reposo es nula, $m_{f0} = 0$, y su energía es $E_f = h\,\nu$, entonces

$$E_f = h\,\nu = m_fc^2 \;\Rightarrow\; m_f = h\,\nu\,/\,c^2$$

m_f sería la masa asociada al fotón con velocidad c. El momento lineal p_f de fotón es entonces:

$$p_f = \sqrt{m_f^2 - m_0^2}\;\,c = m_f\,c = h\,\nu\,/\,c = h\,/\,\lambda$$

De acuerdo con lo visto, pues:

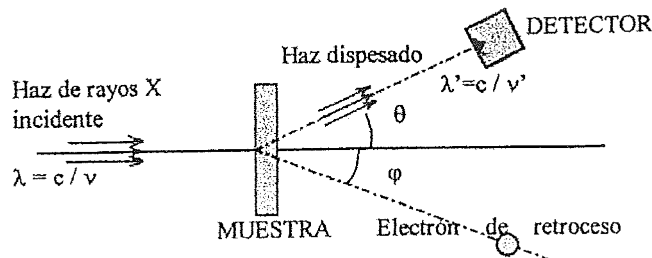
Un fotón es un corpúsculo energético, sin masa, con velocidad en el vacío c, cuya energía es $h\nu$ y su momento lineal es h/λ.

4.- EFECTO COMPTON

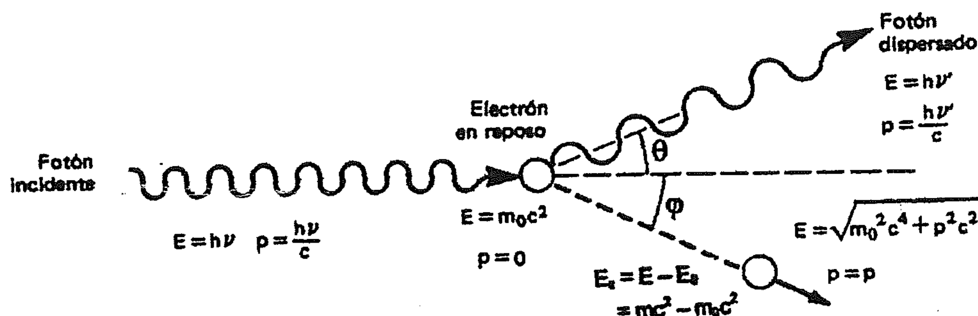
Como en fenómenos anteriormente vistos, el efecto Compton, detectado por A. H. Compton en 1923, muestra la evidencia del comportamiento cuántico-corpuscular de la energía electromagnética.

Al incidir sobre una muestra, por ejemplo de grafito, con un haz de rayos X (longitud de onda, λ), y analizar a continuación la radiación dispersada bajo diversos ángulos, se observa que además de la radiación incidente (de longitud de onda λ), aparece una componente de frecuencia inferior a la incidente (λ' > λ), frecuencia que depende del ángulo de observación.

Clásicamente, este hecho es inexplicable: la radiación dispersada debería mantener su frecuencia, y efectivamente una parte de ella lo hace, pero ¿ de dónde procede la componente de frecuencia inferior y por qué su dependencia del ángulo de dispersión?



Sólo se encuentra una explicación coherente si, una vez más, se supone el haz incidente como un chorro de fotones, de energía hν y momento lineal h/λ, que colisiona con los electrones de la muestra irradiada.



Tomando como base esta hipótesis, el problema a resolver se reduce al de choque entre dos partículas, el fotón y el electrón.

En el choque, que consideraremos elástico, se conserva el momento lineal del sistema fotón-electrón y su energía cinética. De acuerdo con la figura anterior:

- Conservación del momento lineal: $\frac{\overrightarrow{h\nu}}{c} = \frac{\overrightarrow{h\nu'}}{c} + \vec{p}$

$$\begin{cases} \frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c}\cos\theta + p.\cos\varphi \\ 0 = \frac{h\nu'}{c}\text{sen}\theta - p.\text{sen}\varphi \end{cases}$$

- Conservación de la energía cinética:

$$h\nu = h\nu' + (m - m_0)c$$

Así pues, el sistema a resolver sería (teniendo en cuenta que la energía del electrón es $E = mc^2$):

$$\begin{cases} cp.\cos\varphi = h\nu - h\nu'.\cos\theta \\ cp.\text{sen}\varphi = h\nu'.\text{sen}\theta \\ E = h(\nu - \nu') + m_0c^2 \end{cases}$$

Elevando al cuadrado las dos primeras ecuaciones y sumándolas, resulta:

$$c^2p^2 = h^2(\nu^2 + \nu'^2) - 2h^2\nu\nu'.\cos\theta \qquad (1)$$

La tercera ecuación del sistema puede escribirse, (teniendo en cuenta que $E=\sqrt{m_0^2c^4+c^2p^2}$)

$$\sqrt{m_0^2c^4+c^2p^2}=h(\nu-\nu')+m_0c^2$$

Elevando al cuadrado, despejando c^2p^2 y simplificando se llega a:

$$c^2p^2=h^2(\nu-\nu')^2+2h(\nu-\nu')m_0c^2 \qquad (2)$$

De (1) y (2) : $$h^2(\nu^2+\nu'^2)-2h^2\nu\nu'.\cos\theta=h^2(\nu-\nu')^2+2h(\nu-\nu')m_0c^2$$

Desarrollando y simplificando la anterior expresión, resulta: $(\nu-\nu')m_0c^2=h\nu\nu'(1-\cos\theta)$

$$\Rightarrow \qquad \frac{\nu-\nu'}{\nu\nu'}=\frac{h}{m_0c^2}(1-\cos\theta)$$

Sustituyendo las frecuencias por sus correspondiente longitudes de onda, $\nu=c/\lambda$ y $\nu'=c/\lambda'$, resulta: $\frac{\nu-\nu'}{\nu\nu'}=\frac{\lambda'-\lambda}{c}$ y por tanto:

$$\boxed{\lambda'-\lambda=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\theta)}$$ ***Fórmula de Compton***

La cantidad $\lambda_C\equiv\frac{h}{m_0c}==\frac{6.6256\text{x}10^{-34}}{9.1091\text{x}10^{-31}\text{x}2.9979\text{x}10^{8}}\text{metros}=2.43\text{x}10^{-12}\text{metros}$ se conoce con el nombre de ***longitud de onda de Compton***, del electrón ($\lambda_C=0.0243\,\text{Å}$).
dan lugar a este tipo de dispersión.

La longitud de onda de la luz dispersada es, según la ecuación obtenida, mayor que la de la luz incidente, pero la diferencia es muy pequeña por lo que sólo experimentando con rayos X duros (los de longitud de onda más pequeña) puede ser observado el efecto estudiado.

Hay que hacer notar que el fenómeno de dispersión de la radiación electromagnéticas por un electrón no precisa de la mecánica moderna para ser explicado. Lo específico del efecto Compton, sólo explicable mediante hipótesis cuánticas, se ciñe al hecho de que la frecuencia de la radiación dispersada sea inferior a la incidente, dependiendo de la dirección de observación.

Al observar bajo un ángulo θ, la radiación dispersada presenta dos componentes: una de igual frecuencia ν que la incidente, y otra de frecuencia ν' menor que ν, que responde a la fórmula de Compton.

La primera está perfectamente justificada, clásicamente. Las ondas electromagnéticas incidentes (rayos X) fuerzan a los electrones ligados en los átomos a oscilar de acuerdo con la frecuencia excitadora ν. Estos electrones, en oscilación forzada, emitirán entonces radiación electromagnética de la misma frecuencia, en todas direcciones, al desexcitarse. En este proceso, el estado de átomo se perturba tan sólo temporalmente, y los electrones no son expulsados. Cabe esperar que son precisamente los electrones más fuertemente ligados los que dan lugar a este tipo de dispersión.

Pero hay otros electrones, vinculados al átomo mucho más débilmente, por lo que pueden ser expulsados en el proceso de dispersión. Se puede esperar, por tanto, que estos electrones, de modo similar a los otros, sean excitados por el haz de radiación; pero en este proceso la energía captada sólo es devuelta parcialmente, pues el electrón sale liberado, con una cierta energía ciné-

tica, en una cierta dirección; y al hacerlo, emite la energía restante en forma de fotón, evidentemente de energía menor. Y este es justamente el efecto observado y estudiado por Compton.

Véase en la figura las gráficas de dispersión obtenidas en un proceso de irradiación de una lámina de grafito mediante rayos X, obtenidos en un tubo cuyo ánodo es de molibdeno. La longitud de onda empleada es λ = 0.710 Å, que corresponde a la radiación K_α del molibdeno.

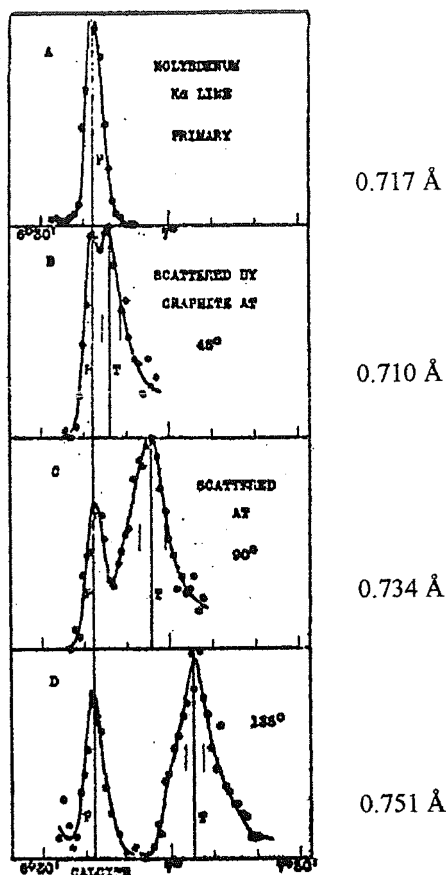


Gráfico tomado del artículo de Compton (*Phys. Rev. 22*, 409 (1923)) que muestra el espectro de la radiación dispersada para tres ángulos de dispersión diferentes. El gráfico A presenta la raya de la radiación incidente, 0.71 Å. Las abscisas son proporcionales a la longitud de onda, y las ordenadas constituyen una medida de la intensidad. En los otros tres gráficos, los picos de la izquierda muestran qué parte de la radiación dispersada tiene la misma longitud de onda que la incidente. Los picos de la derecha corresponden a la radiación dispersada de Compton, con una frecuencia desplazada. El desplazamiento de la frecuencia aumenta con el ángulo de dispersión, de acuerdo con la fórmula de Compton. (Cortesía de *The Physical Review.)*

5.- HIPÓTESIS DE DE BROGLIE: dualidad onda-corpúsculo

En 1924, Louis De Broglie estableció una analogía entre fotones y partículas materiales. Propuso que las partículas, y no sólo los fotones, deberían tener también naturaleza ondulatoria; es decir, toda partícula debe llevar asociada una onda. Formuló así la hipótesis de la ***dualidad onda-corpúsculo***.

Una serie de fenómenos ha permitido intuir el carácter corpuscular de la energía radiante, a la que la Física Clásica únicamente asignaba naturaleza de onda electromagnética. Y así, la nueva Física asocia a una onda electromagnética de frecuencia ν y longitud de onda $\lambda = c/\nu$ un fotón de energía $E_f = h\nu$ y momento lineal $p_f = h/\lambda$ (Hipótesis de Planck).

¿Por qué no asociar asimismo a toda partícula material de masa m y velocidad v, cuya energía total, en términos relativistas, es $E = mc^2$ y cuyo momento lineal es $p = mv$, una onda electromagnética? En cuyo caso, ¿cuál sería la longitud de onda λ y la frecuencia ν asociadas?

Admitiendo las propuestas de Planck y de Einstein, aplicadas al fotón, se tiene:

$$E_f = h\nu = h\frac{c}{\lambda} \quad \wedge \quad E_f = mc^2 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{mc} = \frac{h}{p}$$

Esta ecuación, válida en principio para el caso de las ondas electromagnéticas, De Broglie **la generaliza a toda partícula en movimiento**, estableciendo el siguiente postulado o hipótesis:

"Todo corpúsculo en movimiento lleva asociada una onda cuya longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

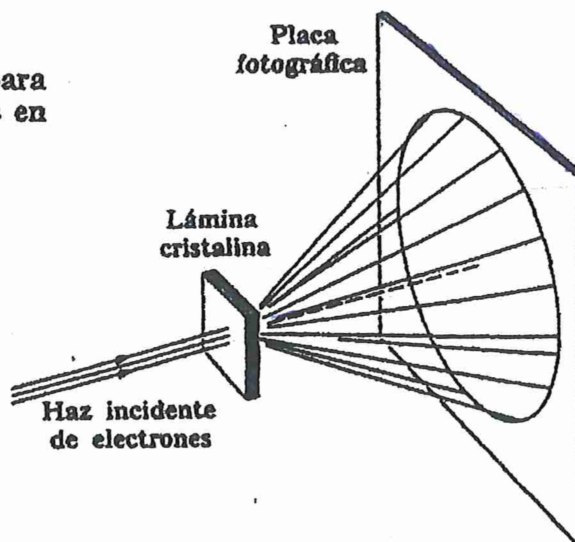
donde m, v y p son respectivamente la masa, la velocidad y el momento lineal del corpúsculo.

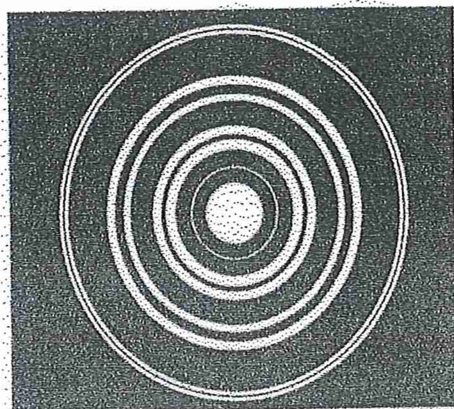
Esta hipótesis de De Broglie recibió su plena confirmación hacia 1927-1928, como resultado de experimentos independientemente realizados por C. J. Davisson y L. Germer, en Estados Unidos, y por G. P. Thomson, en Gran Bretaña. En ambos casos se consiguió producir la difracción de electrones con resultados análogos a la difracción de una onda.

Por ejemplo, G. P. Thomson estudió el paso de electrones a través de un fina lámina de material cristalino. Tras atravesar los electrones la lámina, incidían sobre una placa fotográfica. Si los electrones se hubieran comportado como partículas, en el sentido macroscópico, se hubiera observado en la placa fotográfica una imagen borrosa porque cada electrón habría experimentado una dispersión diferente por los átomos de la red cristalina. Sin embargo, el resultado obtenido es idéntico al correspondiente a una difracción de rayos X por sustancias policristalinas. Esta figura de difracción sólo puede atribuirse al comportamiento ondulatorio de los electrones, tal y como preveía la hipótesis de De Broglie.

Así pues, del mismo modo que se asocia un corpúsculo (fotón) a una OEM, habrá que asociar una función de onda a cada partícula. En base a esta hipótesis nace la Mecánica Cuántica Ondulatoria.

Arreglo experimental para observar la difracción de electrones en un material cristalino.





Difracción de electrones en polvo cristalino (cortesía del Dr. Lester Germer).

ACTIVIDADES DESARROLLADAS

1.- Calcular la temperatura superficial del Sol, así como la potencia irradiada por cm² de su superficie, sabiendo que la longitud de onda a la cual el espectro solar tiene un valor máximo de la energía emitida es λ_m = 510 nm.

Admitiendo que la superficie solar se comporta como un cuerpo negro, la ley de Wien expresa:

$$\lambda_{max}T = C \rightarrow T = \frac{C}{\lambda_{max}} = \frac{2{,}897x10^{-3}}{510x10^{-9}} = 5680\ K$$

La ley de Stefan-Boltzmann, por su parte, señala:

$$E = \sigma T^4 = 5{,}672x10^{-8} \times 5680^4 = 5{,}90x10^7\ W/m^2 = 5900\ W/cm^2$$

2.- Sobre un metal inciden fotones de 500 nm de longitud de onda. Si la longitud de onda umbral de dicho metal es de 612 nm, calcular: a) Si se arrancan o no electrones.- b) En caso afirmativo, la energía cinética de los mismos.- c) La energía de extracción, en eV.

a) Fotones, λ = 500 nm $\rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3x10^8}{500x10^{-9}} = 6{,}0x10^{14}$ Hz

Umbral, λ_0 = 612 nm $\rightarrow \nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3x10^8}{612x10^{-9}} = 4{,}9x10^{14}$ Hz

Como $\nu > \nu_0$, la emisión fotoeléctrica sí es posible, pudiendo ser arrancados los electrones.

b) La energía cinética de los electrones es $E_c = ½\ m_e\ v^2 = h\ (\nu - \nu_0) = 6{,}626x10^{-34}(6{,}0 - 4{,}9)x10^{14} =$

$$= 7{,}288x10^{-20}\ \text{julios} = \frac{7{,}288x10^{-20}\ J}{1{,}6x10^{-19}\ J/eV} = 0{,}46\ eV$$

c) La energía de extracción es $W_0 = h\ \nu_0 = 6{,}626x10^{-34}x4{,}9x10^{14} = 3{,}247x10^{-19}\ J = 2{,}03\ eV$

3.- La energía de extracción del litio es de 2,31 eV. Al iluminar el litio con luz de 6.3x10¹⁴ Hz se emiten electrones, con lo que la placa de metal se carga con un potencial cada vez mayor. Calcular: a) La λ umbral. b) El potencial que debe adquirir la placa para que cese la fotoemisión de electrones

a) Frecuencia y longitud de onda umbrales:

$$W_0 = h\ \nu_0 \rightarrow \nu_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{2{,}31x1{,}6x10^{-19}}{6{,}626x10^{-34}} = 5{,}58x10^{14}\ Hz$$

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3x10^8}{5{,}58x10^{14}} = 5{,}378x10^{-7}\ m = 537{,}8\ nm$$

b) Potencial de extracción, V_0:

$$e\ V_0 = ½\ m\ v^2 = h\ (\nu - \nu_0) = 6{,}626x10^{-34}(6{,}3 - 5{,}58)x10^{14} = 4{,}77x10^{-20}\ J$$

$$V_0 = \frac{4{,}77x10^{-20}}{1{,}6x10^{-19}} = 0{,}299\ V \cong 0{,}3\ \text{voltios}$$

4.- Calcular con qué velocidad saldrán emitidos los electrones de una superficie metálica sabiendo que la longitud de onda umbral es 6000 Å y que se ilumina con luz de 4000 Å de longitud de onda.

Longitudes de onda: $\lambda_0 = 6000$ Å $= 6x10^{-7}$ m   Frecuencias: $\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} = \frac{3x10^8}{6x10^{-7}} = 5x10^{14}$ Hz

$\lambda = 4000$ Å $= 4x10^{-7}$ m $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3x10^8}{4x10^{-7}} = 7{,}5x10^{14}$ Hz

Según la ecuación de Einstein, $\frac{1}{2} m_e v^2 = h(\nu - \nu_0)$, $v = \sqrt{\frac{2x6{,}626x10^{-34} x2{,}5x10^{14}}{9{,}1x10^{-31}}} = 6{,}03x10^5$ m/s

5.- En una experiencia de laboratorio en la que se analiza la dispersión de un haz de rayos X de 0,8 Å de longitud de onda por un bloque de carbón, se observa la radiación dispersada a 90º del haz incidente. Hallar la longitud de onda del haz de rayos X dispersado y la velocidad de retroceso de los electrones, bajo dicho ángulo de dispersión.

Según la ecuación de Compton:

$\lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c}(1-\cos\theta) = \frac{6{,}626x10^{-34}}{9{,}1x10^{-31} x3x10^8}(1-0) = 2{,}43x10^{-12}$ m $= 0{,}0243$ Å $\Rightarrow$ $\lambda' = 0{,}8243$ Å

Energía del fotón incidente: $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = 2{,}486x10^{-15}$ J

Energía del fotón dispersado: $E' = h\nu' = \frac{hc}{\lambda'} = 2{,}413x10^{-15}$ J

Energía cinética del electrón dispersado: $\Delta E = E - E' = 7{,}3x10^{-17}$ J

Esta energía verifica: $\Delta E = \frac{1}{2} m_0 v^2$ $\Rightarrow$ $v = \sqrt{2.\Delta E / m_0} = 1{,}27x10^7$ m/s

6.- Calcular la longitud de onda asociada a:
a) una pelota de 140g que se mueve con una velocidad de 250 m/s
b) un electrón que se mueve a 5000 km/s
d) un electrón acelerado en un campo eléctrico por una ddp. de 54 voltios

Según la hipótesis de De Broglie, $\lambda = \frac{h}{m.v}$

a) $\lambda = \frac{h}{m.v} = \frac{6{,}626x10^{-34}}{0{,}14x250} = 1{,}9x10^{-35}$ metros $= 1{,}9x10^{-25}$ Å

Esta posible onda, de longitud de onda inapreciable, no puede ser detectada con los métodos actuales de observación.

b) $\lambda = \frac{h}{m.v} = \frac{6{,}626x10^{-34}}{9{,}1x10^{-31} x5x10^6} = 1{,}456x10^{-10}$ metros $= 1{,}46$ Å

Esta onda puede ser detectada experimentalmente, pues pertenece a la zona del espectro de los rayos X.

c) Velocidad del electrón: $\frac{1}{2} m_e v^2 = e.\Delta V$ $\rightarrow$ $v = \sqrt{\frac{2.e.\Delta V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2x1{,}6x10^{-19} x54}{9{,}1x10^{-31}}} = 4{,}36x10^6$ m/s

$\lambda = \frac{h}{m.v} = \frac{6{,}626x10^{-34}}{9{,}1x10^{-31} x4{,}36x10^6} = 1{,}67x10^{-10}$ metros $= 1{,}67$ Å

Como en el caso anterior, la onda asociada al electrón pertenece a la zona de los rayos X.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1.- Un cuerpo negro tiene una temperatura de 2 000 K. ¿Cuál es la energía en eV de los fotones correspondientes a la componente espectral más intensa? ***R.: 0.858 eV***

2.- Una bombilla incandescente posee una temperatura de 2 800 K. Calcular la potencia que irradia por unidad de superficie y la longitud de onda máxima de su espectro.
R.: $E = 3{,}484 \times 10^6\ W/m^2 \quad \lambda_m = 1035\ nm$

3.- Una cavidad, que se comporta como un cuerpo negro, posee un orificio de salida de 1 cm^2 de superficie. Si sus paredes están a 300 K, ¿cuánta energía se emite por el orificio en un minuto y cuál es la frecuencia de la radiación emitida con intensidad máxima?
R.: $E = 2{,}756\ J \quad \lambda_m = 9657\ nm$

4.- El ojo humano puede percibir luz amarilla (λ = 600 nm) que transfiere a la retina una potencia de 1.7×10^{-8} W. ¿Cuántos fotones por segundo recibe la retina? ***R.:*** $5{,}131 \times 10^{10}$ ***fotones/s***

5.- En el estudio del efecto fotoeléctrico se realiza la experiencia con dos tipos de fuente luminosa: una fuente A de intensidad I y frecuencia 2ν, y otra B de intensidad I/2 y frecuencia ν. Suponiendo que ν es superior a la frecuencia umbral, razona la respuesta a la pregunta siguiente: ¿Con qué tipo de fuente luminosa se emiten los electrones con mayor velocidad?
R.: La fuente A emite más electrones y más veloces que la B

6.- Una radiación de 546 nm de longitud de onda penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio. Si la energía de extracción en el cesio es de 2 eV, calcula: a) Longitud de onda umbral del cesio. b) Energía cinética y velocidad de los electrones emitidos. c) velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial igual a 100 V.
R.: $\lambda_0 = 622\ nm \quad E_c = 4.43 \times 10^{-20}\ J \quad v = 3.12 \times 10^5\ m/s \quad v' = 5.94 \times 10^6\ m/s$

7.- La energía cinética máxima de los electrones emitidos en el efecto fotoeléctrico depende de: a) La diferencia de potencial aplicado. b) La intensidad de la luz incidente. c) La frecuencia de la luz incidente. d) La intensidad de la corriente eléctrica producida. Señala la respuesta correcta y razona por qué. ***R.: Respuesta c; recordar la ecuación de Einstein.***

8.- Para extraer electrones del zinc se necesita una energía de 4.5 eV. Se hace incidir una radiación electromagnética sobre el zinc. ¿Qué condición debe cumplir la frecuencia y la longitud de onda de la radiación incidente para que salten electrones del zinc? Razona la respuesta.
R.: $\nu > \nu_0 = 1{,}087 \times 10^{15}\ Hz \quad \lambda < \lambda_0 = 276\ nm$

9.- La energía de extracción de un electrón de una superficie metálica es de 3.5 eV:
a) ¿Cuál es la frecuencia umbral por debajo de la cual no es posible lograr el efecto fotoeléctrico? b) ¿Cuál es la λ de esa radiación? c) Haz un esquema de cómo se produce el efecto fotoeléctrico. R.: $\nu_0 = 8{,}452 \times 10^{14}\ Hz \quad \lambda_0 = 355\ nm$

10.- La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico de cesio es λ_0 = 650 nm. Si se hace incidir sobre ese metal una radiación de λ = 400 nm, Calcular: a) La velocidad de salida de los electrones del cátodo de una célula fotoeléctrica de cesio por efecto de la radiación. b) El potencial de detención que se debe aplicar para evitar que los electrones lleguen al ánodo. c) Para aumentar la velocidad de salida de los electrones, ¿hay que modificar la longitud de onda de la radiación? ***R.:*** $6{,}48 \times 10^5$ ***m/s 1,19 voltios Sí (¿por qué?)***

11.- Una radiación monocromática de 546 nm de longitud de onda penetra en una célula fotoeléctrica, cuya energía de extracción es de 2 eV. Calcula: a) La longitud de onda umbral. b) La

energía cinética de los electrones emitidos. c) La velocidad con que llegan al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.
R.: $\lambda_0 = 621{,}2\ nm$ $E_c = 0{,}275\ eV$ $v = 5{,}94x10^6\ m/s$

12.- Cuando un haz de luz monocromática de longitud de onda λ = 430 nm incide sobre una superficie brillante de sodio metálico arranca electrones con una energía cinética de 2 eV. Calcular: a) La energía de extracción de los electrones. b) La longitud de onda umbral del sodio. c) La relación entre las energías del fotón incidente y del fotón umbral. d) La velocidad con que llegan los electrones al ánodo cuando son acelerados mediante una diferencia de potencial de 50 V. e) La diferencia de potencial entre los electrodos de la placa para que no llegue ningún electrón al ánodo.
R.: $W_0 = 0{,}889\ eV$ $\lambda_0 = 1397\ nm$ $E_{inc}/E_{umb} = 3{,}25$ $v = 4{,}276x10^6\ m/s$ $V_0 = 2$ ***voltios***

13.- Cuando se ilumina cierta superficie metálica con la luz de diferentes longitudes de onda, se miden los potenciales de detención que se muestran en la tabla adjunta.

V_0 (volt)	1.48	1.15	0.93	0.62	0.36	0.24
λ ($x10^{-7}$m)	3.66	4.05	4.36	4.92	5.46	5.79

Representar gráficamente el potencial de detención en función de la frecuencia de la luz y calcular a partir de la gráfica: a) La frecuencia umbral. b) La energía de extracción del metal. c) El cociente h/e. ***R.:*** $\nu_0 = 4{,}63x10^{14}\ Hz$ $W_0 = 1{,}92\ eV$ $h/e = 4{,}14x10^{-15}\ V.s$

14.- Calcula la longitud de onda de un electrón que se ha puesto en movimiento mediante la aplicación de un campo eléctrico de 1 000 V. ***R.:*** $\lambda = 0.389\ Å$

15.- Se tiene un fotón y un electrón, ambos con energía cinética de 1 eV, ¿cuál de ellos tiene mayor longitud de onda? ***R.:*** $\lambda_f = 12430\ Å$ $\lambda_e = 12.3\ Å$

16.- Calcular la longitud de las ondas materiales correspondientes a :
a) un electrón de 100 eV de energía cinética. b) Un balón de futbol que se mueve a 25 m/s, si su masa es de 450 g. ***R.:*** $\lambda_e = 1.2\ Å$ $\lambda_b = 5.9x10^{-25}\ Å$

17.- Al observar el efecto Compton para una longitud de onda incidente de 1Å, se obtiene una nueva longitud de onda de 1.0121Å. Determinar bajo qué ángulo se hizo la observación, y qué energía cinética posee el electrón en retroceso.
R.: $\theta = 60°$ $E_c = 2.38x10^{-17}\ J = 148.6\ eV$

18.- Observamos el efecto Compton para una longitud de onda incidente de 10 pm bajo un ángulo de 90°. Determinar: a) la longitud de onda observada en el efecto Compton. b) la energía cinéfica del electrón. c) el momento lineal y la dirección de salida del electrón.
R.: a) $0.1243\ Å$ ***b)*** $E_c = 3.89x10^{-15}\ J = 24.3\ keV$ ***c)*** $p = 8.51x10^{-23}\ kg.m/s$ $\varphi = 39$